

Lineares und Exponentielles

Wachstum



Problemstellung:

Peter trägt ab Januar 2009 Zeitungen aus. Er bekommt dafür im Monat 120,00 €, die er konsequent spart, weil er sich ein neues Fahrrad kaufen möchte.

Er hat ein Startkapital von 90,00 €.

Wie ist die Entwicklung in den nächsten 6 Monaten?

Problemstellung:

Peter trägt ab Januar 2009 Zeitungen aus. Er bekommt dafür im Monat 120,00 €, die er konsequent spart, weil er sich ein neues Fahrrad kaufen möchte.

Er hat ein Startkapital von 90,00 €.

Wie ist die Entwicklung in den nächsten 6 Monaten?

Zeit
Anfangsbestand:
Ende Januar
Ende Februar
Ende März
Ende April
Ende Mai
Ende Juni

Problemstellung:

Peter trägt ab Januar 2009 Zeitungen aus. Er bekommt dafür im Monat 120,00 €, die er konsequent spart, weil er sich ein neues Fahrrad kaufen möchte.

Er hat ein Startkapital von 90,00 €.

Wie ist die Entwicklung in den nächsten 6 Monaten?

Zeit	Summe
Anfangsbestand:	90,00 €
Ende Januar	210,00 €
Ende Februar	330,00 €
Ende März	450,00 €
Ende April	570,00 €
Ende Mai	690,00 €
Ende Juni	810,00 €

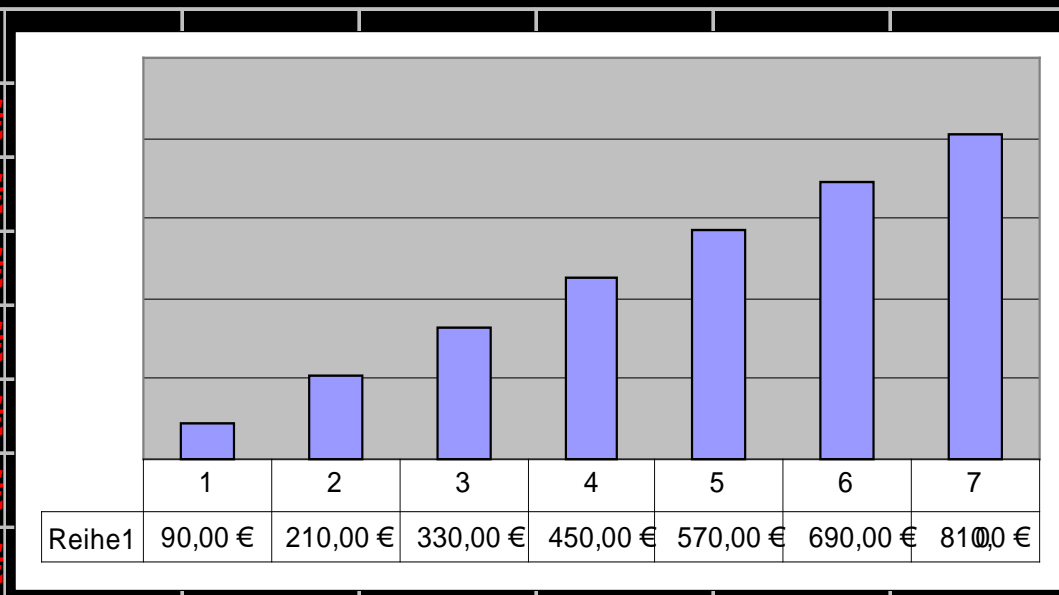
Problemstellung:

Peter trägt ab Januar 2009 Zeitungen aus. Er bekommt dafür im Monat 120,00 €, die er konsequent spart, weil er sich ein neues Fahrrad kaufen möchte.

Er hat ein Startkapital von 90,00 €.

Wie ist die Entwicklung in den nächsten 6 Monaten?

Zeit	Summe
Anfangsbestand:	90,00 €
Ende Januar	210,00 €
Ende Februar	330,00 €
Ende März	450,00 €
Ende April	570,00 €
Ende Mai	690,00 €
Ende Juni	810,00 €



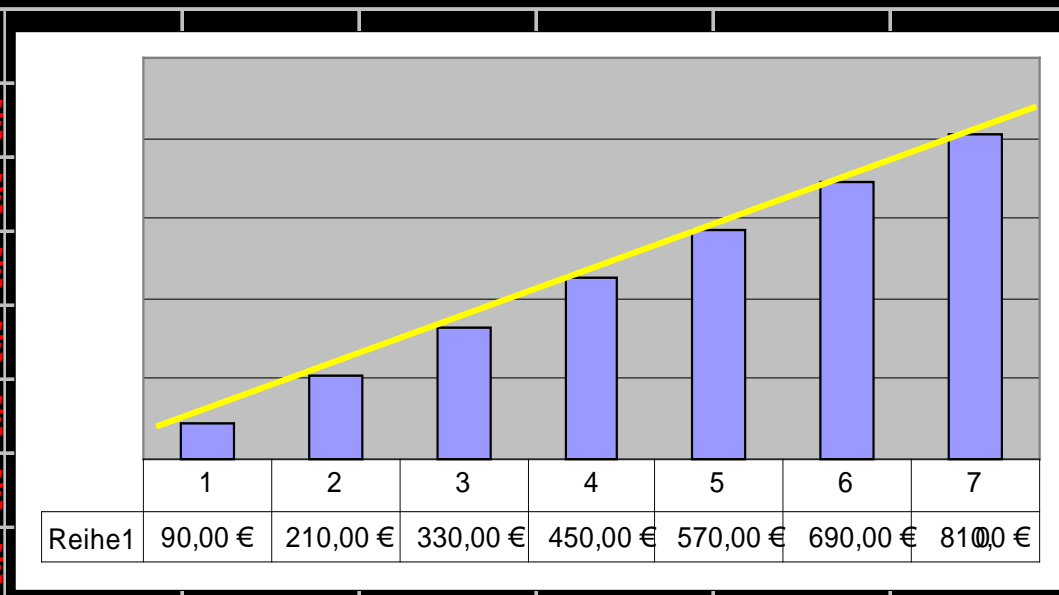
Problemstellung:

Peter trägt ab Januar 2009 Zeitungen aus. Er bekommt dafür im Monat 120,00 €, die er konsequent spart, weil er sich ein neues Fahrrad kaufen möchte.

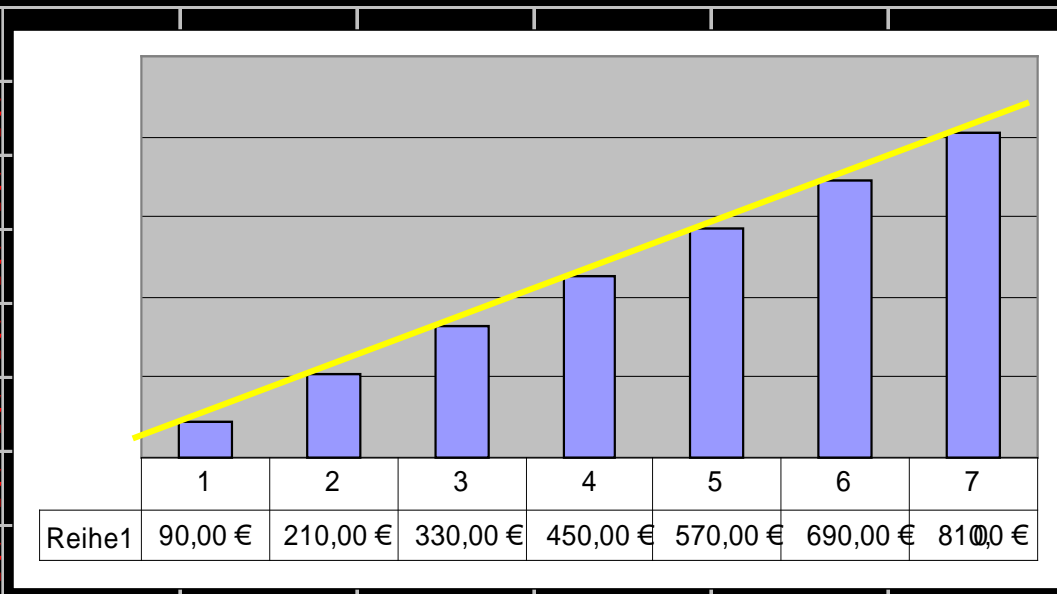
Er hat ein Startkapital von 90,00 €.

Wie ist die Entwicklung in den nächsten 6 Monaten?

Zeit	Summe
Anfangsbestand:	90,00 €
Ende Januar	210,00 €
Ende Februar	330,00 €
Ende März	450,00 €
Ende April	570,00 €
Ende Mai	690,00 €
Ende Juni	810,00 €



Zeit	Summe
Anfangsbestand:	90,00 €
Ende Januar	210,00 €
Ende Februar	330,00 €
Ende März	450,00 €
Ende April	570,00 €
Ende Mai	690,00 €
Ende Juni	810,00 €



Ein Wachstum, das sich in gleichbleibenden Schritten vollzieht, nennen wir **lineares Wachstum**.

Exponentielles

Wachstum

Problemstellung:

Peter bringt am 01.01.2009 genau 10.000 € zur Bank und erhält darauf 8% Zinsen.

Wie hoch ist sein Kapital nach 5 Jahren?

Problemstellung:

Peter bringt am 01.01.2009 genau 10.000 € zur Bank und erhält darauf 8% Zinsen.

Wie hoch ist sein Kapital nach 5 Jahren?

Jahr	Kapital Jahres- anfang	Zinsen	Kapital Jahres- ende
Start:			10.000 €

Problemstellung:

Peter bringt am 01.01.2009 genau 10.000 € zur Bank und erhält darauf 8% Zinsen.

Wie hoch ist sein Kapital nach 5 Jahren?

Jahr	Kapital Jahres- anfang	Zinsen	Kapital Jahres- ende
Start:			10.000 €
2009	10.000 €	800 €	10.800 €

Problemstellung:

Peter bringt am 01.01.2009 genau 10.000 € zur Bank und erhält darauf 8% Zinsen.

Wie hoch ist sein Kapital nach 5 Jahren?

Jahr	Kapital Jahres- anfang	Zinsen	Kapital Jahres- ende
Start:			10.000 €
2009	10.000 €	800 €	10.800 €
2010	10.800 €	864 €	11.664 €

Problemstellung:

Peter bringt am 01.01.2009 genau 10.000 € zur Bank und erhält darauf 8% Zinsen.

Wie hoch ist sein Kapital nach 5 Jahren?

Jahr	Kapital Jahres- anfang	Zinsen	Kapital Jahres- ende
Start:			10.000 €
2009	10.000 €	800 €	10.800 €
2010	10.800 €	864 €	11.664 €
2011	11.664 €	933 €	12.597 €

Problemstellung:

Peter bringt am 01.01.2009 genau 10.000 € zur Bank und erhält darauf 8% Zinsen.

Wie hoch ist sein Kapital nach 5 Jahren?

Jahr	Kapital Jahres- anfang	Zinsen	Kapital Jahres- ende
Start:			10.000 €
2009	10.000 €	800 €	10.800 €
2010	10.800 €	864 €	11.664 €
2011	11.664 €	933 €	12.597 €
2012	12.597 €	1.008 €	13.605 €

Problemstellung:

Peter bringt am 01.01.2009 genau 10.000 € zur Bank und erhält darauf 8% Zinsen.

Wie hoch ist sein Kapital nach 5 Jahren?

Jahr	Kapital Jahres- anfang	Zinsen	Kapital Jahres- ende
Start:			10.000 €
2009	10.000 €	800 €	10.800 €
2010	10.800 €	864 €	11.664 €
2011	11.664 €	933 €	12.597 €
2012	12.597 €	1.008 €	13.605 €
2013	13.605 €	1.088 €	14.693 €

Problemstellung:

Peter bringt am 01.01.2009 genau 10.000 € zur Bank und erhält darauf 8% Zinsen.

Wie hoch ist sein Kapital nach 5 Jahren?

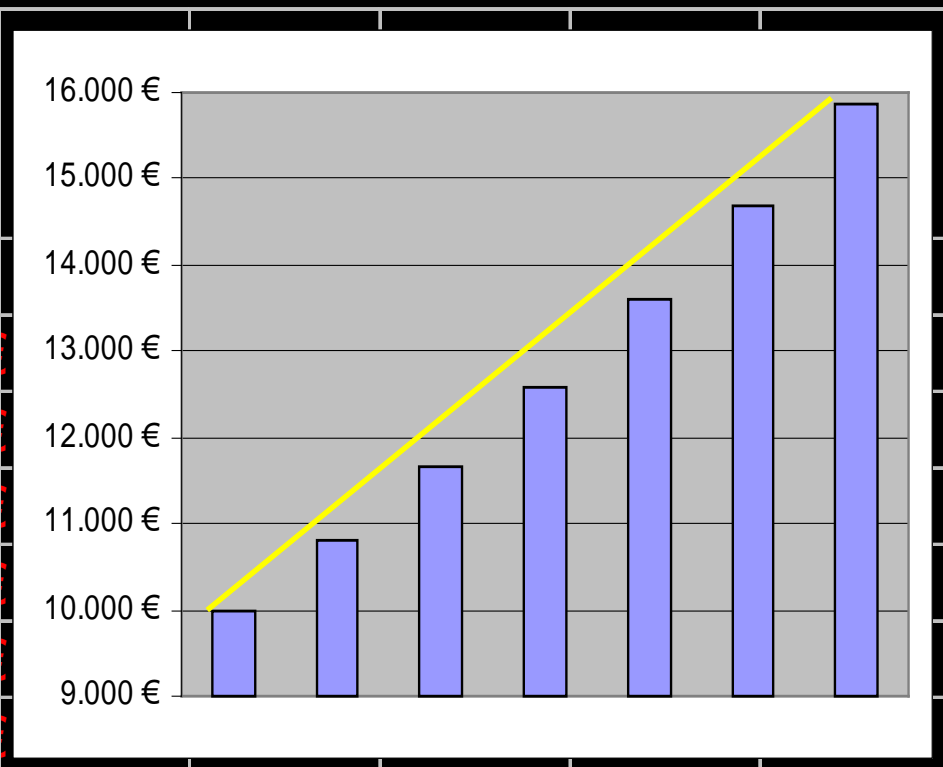
Jahr	Kapital Jahres- anfang	Zinsen	Kapital Jahres- ende
Start:			10.000 €
2009	10.000 €	800 €	10.800 €
2010	10.800 €	864 €	11.664 €
2011	11.664 €	933 €	12.597 €
2012	12.597 €	1.008 €	13.605 €
2013	13.605 €	1.088 €	14.693 €
2014	14.693 €	1.175 €	15.869 €

Problemstellung:

Peter bringt am 01.01.2009 genau 10.000 € zur Bank und erhält darauf 8% Zinsen.

Wie hoch ist sein Kapital nach 5 Jahren?

Jahr	Kapital Jahres- anfang	Zinsen	Kapital Jahres- ende
Start:			10.000 €
2009	10.000 €	800 €	10.800 €
2010	10.800 €	864 €	11.664 €
2011	11.664 €	933 €	12.597 €
2012	12.597 €	1.008 €	13.605 €
2013	13.605 €	1.088 €	14.693 €
2014	14.693 €	1.175 €	15.869 €

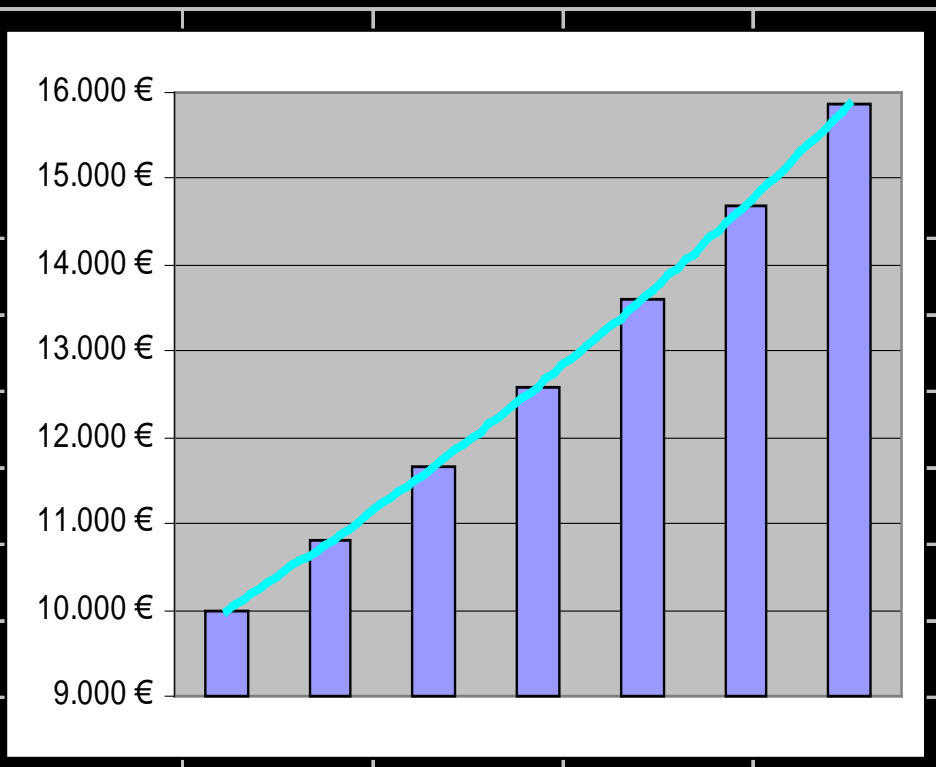


Problemstellung:

Peter bringt am 01.01.2009 genau 10.000 € zur Bank und erhält darauf 8% Zinsen.

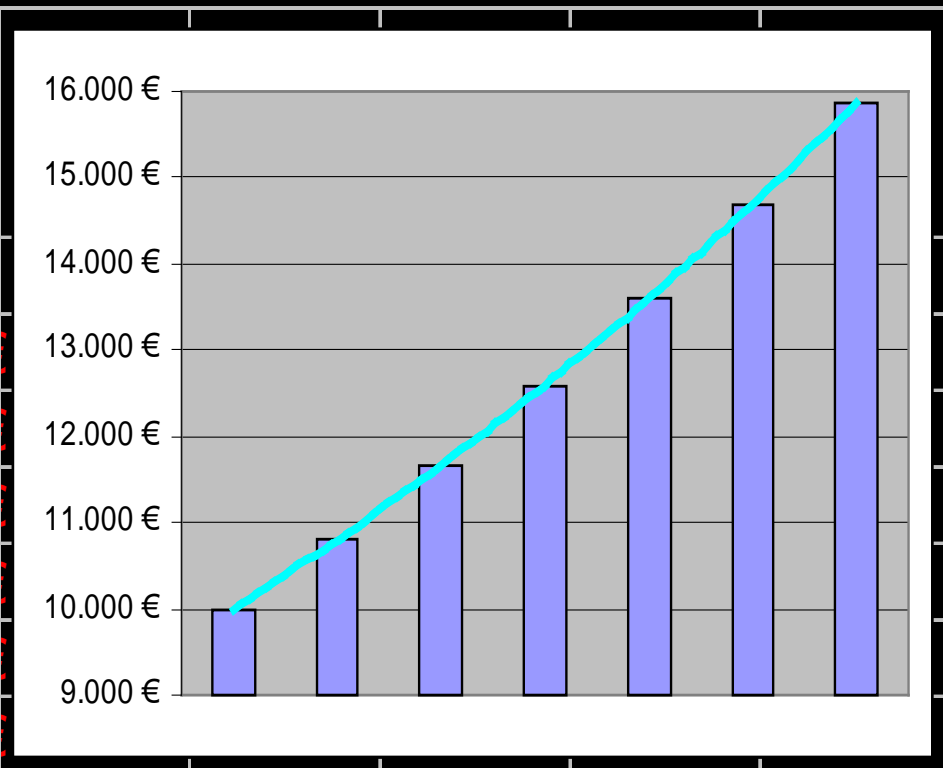
Wie hoch ist sein Kapital nach 5 Jahren?

Jahr	Kapital Jahres- anfang	Zinsen	Kapital Jahres- ende
Start:			10.000 €
2009	10.000 €	800 €	10.800 €
2010	10.800 €	864 €	11.664 €
2011	11.664 €	933 €	12.597 €
2012	12.597 €	1.008 €	13.605 €
2013	13.605 €	1.088 €	14.693 €
2014	14.693 €	1.175 €	15.869 €



Exponentielles Wachstum

Jahr	Kapital Jahresanfang	Zinsen	Kapital Jahresende
Start:			10.000 €
2009	10.000 €	800 €	10.800 €
2010	10.800 €	864 €	11.664 €
2011	11.664 €	933 €	12.597 €
2012	12.597 €	1.008 €	13.605 €
2013	13.605 €	1.088 €	14.693 €
2014	14.693 €	1.175 €	15.869 €



Ein Wachstum, das sich stetig zunehmend erhöht, nennen wir **exponentielles Wachstum**.

Wachstumsformel:

$$K_n = K_0 \cdot q^n \quad \text{oder} \quad W_n = W_0 \cdot q^n$$

K_n bzw. W_n = Kapital / Wert am Ende der Perioden

K_0 bzw. W_0 = Kapital / Wert am Anfang der Periode

q = Wachstumsfaktor [100% \pm p%]

n = Zeitperioden

Beispiel: Produktionsplanung

Im Jahr 2008 produzierte die Firma „Textimax“ 4812 Designer-Stofftaschen. Sie will in den nächsten Jahren die Produktion um jeweils 7% steigern. Wie viele Taschen werden voraussichtlich 2012 hergestellt?

Beispiel: Produktionsplanung

Im Jahr 2008 produzierte die Firma „Textimax“ 4812 Designer-Stofftaschen. Sie will in den nächsten Jahren die Produktion um jeweils 7% steigern. Wie viele Taschen werden voraussichtlich 2012 hergestellt?

$$W_n = W_0 \cdot q^n$$

Beispiel: Produktionsplanung

Im Jahr 2008 produzierte die Firma „Textimax“ 4812 Designer-Stofftaschen. Sie will in den nächsten Jahren die Produktion um jeweils 7% steigern. Wie viele Taschen werden voraussichtlich 2012 hergestellt?

$$W_n = W_0 \cdot q^n$$

$$W_4 = 4812 \cdot 1,07^4$$

Beispiel: Produktionsplanung

Im Jahr 2008 produzierte die Firma „Textimax“ 4812 Designer-Stofftaschen. Sie will in den nächsten Jahren die Produktion um jeweils 7% steigern. Wie viele Taschen werden voraussichtlich 2012 hergestellt?

$$W_n = W_0 \cdot q^n$$

$$W_4 = 4812 \cdot 1,07^4$$

$$W_4 = 6307$$

Beispiel: Produktionsplanung

Im Jahr 2008 produzierte die Firma „Textimax“ 4812 Designer-Stofftaschen. Sie will in den nächsten Jahren die Produktion um jeweils 7% steigern. Wie viele Taschen werden voraussichtlich 2012 hergestellt?

$$W_n = W_0 \cdot q^n$$

$$W_4 = 4812 \cdot 1,07^4$$

$$W_4 = 6307$$

Es werden also 2012 voraussichtlich 6307 Taschen hergestellt.

Beispiel: Bakterienwachstum

Eine Bakteriensorte verdoppelt sich jeweils in 20 Minuten. Wie viele Bakterien sind nach 4 Stunden entstanden, wenn es am Anfang 50 Stück sind?

Beispiel: Bakterienwachstum

Eine Bakteriensorte verdoppelt sich jeweils in 20 Minuten. Wie viele Bakterien sind nach 4 Stunden entstanden, wenn es am Anfang 50 Stück sind?

Verdoppeln heißt: Zuwachs von 100% $\Rightarrow q = 1 + 1 = 2$
Perioden: 3 Perioden pro Stunde, also gesamt 12 Perioden.

Beispiel: Bakterienwachstum

Eine Bakteriensorte verdoppelt sich jeweils in 20 Minuten. Wie viele Bakterien sind nach 4 Stunden entstanden, wenn es am Anfang 50 Stück sind?

Verdoppeln heißt: Zuwachs von 100% $\Rightarrow q = 1 + 1 = 2$
Perioden: 3 Perioden pro Stunde, also gesamt 12 Perioden.

$$W_n = W_0 \cdot q^n$$

Beispiel: Bakterienwachstum

Eine Bakteriensorte verdoppelt sich jeweils in 20 Minuten. Wie viele Bakterien sind nach 4 Stunden entstanden, wenn es am Anfang 50 Stück sind?

Verdoppeln heißt: Zuwachs von 100% $\Rightarrow q = 1 + 1 = 2$
Perioden: 3 Perioden pro Stunde, also gesamt 12 Perioden.

$$W_n = W_0 \cdot q^n$$

$$W_{12} = 50 \cdot 2^{12}$$

Beispiel: Bakterienwachstum

Eine Bakteriensorte verdoppelt sich jeweils in 20 Minuten. Wie viele Bakterien sind nach 4 Stunden entstanden, wenn es am Anfang 50 Stück sind?

Verdoppeln heißt: Zuwachs von 100% $\Rightarrow q = 1 + 1 = 2$
Perioden: 3 Perioden pro Stunde, also gesamt 12 Perioden.

$$W_n = W_0 \cdot q^n$$

$$W_{12} = 50 \cdot 2^{12}$$

$$W_{12} = 204800$$

Beispiel: Bakterienwachstum

Eine Bakteriensorte verdoppelt sich jeweils in 20 Minuten. Wie viele Bakterien sind nach 4 Stunden entstanden, wenn es am Anfang 50 Stück sind?

Verdoppeln heißt: Zuwachs von 100% $\Rightarrow q = 1 + 1 = 2$
Perioden: 3 Perioden pro Stunde, also gesamt 12 Perioden.

$$W_n = W_0 \cdot q^n$$

$$W_{12} = 50 \cdot 2^{12}$$

$$W_{12} = 204800$$

Es gibt also nach 4 Stunden 204.800 Bakterien.